

Review Materi Statistika Matematika

Nanda Arista Rizki, M.Si

27 Oktober 2018

Daftar Isi

1	Himpunan dalam Fungsi Peluang	1
1.1	Peubah Acak Diskrit	1
1.2	Peubah Acak Kontinu	2
2	Distribusi Multivariat	2

Berikut adalah *review* singkat beberapa materi tentang **mata kuliah Statistika Matematika**. Diharapkan pembaca dapat memahami *review* ini dengan baik.

1 Himpunan dalam Fungsi Peluang

Misalkan Ω adalah ruang sampel (*sample space*) dan P adalah fungsi yang bernilai real yang terdefinisi pada himpunan kejadian-kejadian ($\mathbb{B}$). Maka P adalah suatu fungsi himpunan peluang, jika P memenuhi tiga kondisi berikut:

1. $P(C) \geq 0 \forall C \in \mathbb{B}$.
2. $P(\Omega) = 1$.
3. Jika $\{C_1, C_2, \dots\}$ adalah suatu himpunan dari kejadian dalam $\mathbb{B}$ dan $C_m \cap C_n = \emptyset \forall m \neq n$, maka

$$P\left(\bigcup_{n=1}^{\infty} C_n\right) = \sum_{n=1}^{\infty} P(C_n).$$

1.1 Peubah Acak Diskrit

Misalkan X adalah peubah acak diskrit dengan ruang berhingga $\mathcal{D} = \{d_1, \dots, d_m\}$. Didefinisikan fungsi masa peluang (*probability mass function*) dari X pada $\mathcal{D}$ adalah sebagai berikut:

$$p_X(d_i) = P[\{c | X(c) = d_i\}],$$

untuk $i = 1, \dots, m$.

Misalkan X adalah peubah acak diskrit, maka fungsi distribusi kumulatif (*cumulative distribution function*) untuk X adalah

$$F_X(x) = P(\{c \in \mathcal{C} | X(c) \leq x\}) = \sum_{x(c) \leq x} p_X(x_c). \quad (1)$$

Ruas kanan Persamaan (1) dapat disingkat menjadi $P(X \leq x)$. Nama untuk $F_X(x)$ seringkali disebut fungsi distribusi.

Peubah acak diskrit memenuhi sifat-sifat berikut:

- $0 \leq p_X(x) \leq 1, x \in \mathcal{D}$
- $\sum_{x \in \mathcal{D}} p_X(x) = 1.$

1.2 Peubah Acak Kontinu

Salah satu letak perbedaan antara peubah acak diskrit dan kontinu yaitu himpunan $\mathcal{D}$. Peubah acak kontinu menggunakan $\mathcal{D}$ yang berupa interval. Fungsi peluang pada peubah acak kontinu dinamakan fungsi kepadatan peluang (*probability density function*) dengan simbol $f_X(x)$.

Fungsi distribusi untuk peubah acak kontinu didefinisikan sebagai

$$F_X(x) = \int_{-\infty}^x f_X(t) dt.$$

Perhatikan bahwa $P(X = x) = F_X(x) - F_X(x^-)$, untuk sebarang peubah acak X . Sehingga untuk peubah acak kontinu, $P(X = x) = 0$ untuk semua $x \in \mathbb{R}$.

2 Distribusi Multivariat

Diberikan eksperimen acak dengan ruang sampel Ω , dan diberikan dua peubah acak yaitu X_1 dan X_2 . Dua peubah acak tersebut memiliki elemen bersama yaitu $c \in \Omega$, dengan $X_1(c) = x_1$ dan $X_2(c) = x_2$. Selanjutnya $\mathbf{X} = (X_1, X_2)$ disebut vektor acak. Daerah hasil untuk fungsi $\mathbf{X}$ adalah $\mathcal{D} = \{(x_1, x_2) | x_1 = X_1(c), x_2 = X_2(c), c \in \Omega\}$.

Fungsi distribusi bersama untuk vektor acak (X_1, X_2) adalah

$$F_{X_1, X_2}(x_1, x_2) = P[\{X_1 \leq x_1\} \cap \{X_2 \leq x_2\}], \quad \forall (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2. \quad (2)$$

Ruas kanan persamaan (2) dapat ditulis menjadi $P[X_1 \leq x_1, X_2 \leq x_2]$. Selanjutnya

$$\begin{aligned} P[a_1 < X_1 \leq b_1, a_2 < X_2 \leq b_2] &= F_{X_1, X_2}(b_1, b_2) - F_{X_1, X_2}(a_1, b_2) \\ &\quad - F_{X_1, X_2}(b_1, a_2) + F_{X_1, X_2}(a_1, a_2). \end{aligned}$$